

מהי פילוסופיה: הוכחת אונטולוגית לקיומה של פילוסופיה

או: גדל על קיומו של אלוהים

מוקדש לבני היקרים נחמן ושלמה

בני נחמן שלח לי את [הלינק הבא](#) שבו מובאת ההוכחה שהציע הלוגיקן והמתמטיקאי קורט גדל לקיומו של אלוהים. זו הזדמנות טובה ליישם קצת את מה שראינו ובו בזמן לנתח יצירה של גאון מתמטי, שלפעמים נתפסת כהלצה פורמלית,¹ אבל דומני שהוא התכוין אליה לגמרי ברצינות. וכשגדל אומר משהו רציני בענייני לוגיקה כדאי לכולנו להתייחס אליו בשיא הרצינות. הדיון שלנו כאן הוא סיום נאה לסדרת הטורים שעוסקים בפילוסופיה. בטור 155 ראינו שהמתמטיקה היא ענף של הפילוסופיה, וכאן נראה את המשמעות הדבר, את האורות וגם את הצללים. הטור הזה הוא גם שיעור ראשוני בפורמליזם לוגי. אני יודע שיש לא מעטים שנרתעים ממנו, ובכל זאת אני מציע לא לוותר מראש. אני מנסה להסביר את הדברים כך שכל קורא יוכל להבין אותם. למי שיתאזר בסבלנות ויהיה מוכן לעבור בשיטתיות על הדברים, צפויה הפתעה מרתקת באשר לכל המהלך שלי בטורים האחרונים. תאמינו לי, אני לא סתם מציק לכם. יהיה ממש מעניין!

תנו 'לגדול' בשקט

קורט גדל היה אחד מגדולי המתמטיקאים והלוגיקנים של כל הזמנים. יצירתו העיקרית (אבל לא היחידה) היא משפטי השלימות והאי שליומות שלו בלוגיקה שהרבו לעורר עניין גם בקרב הקהילה הפילוסופית (מה שבעצמו מעורר ביקורת גדולה בקהילה המתמטית, שכן לטענת רבים יש פילוסופים שעושים זאת בלי להבין על מה מדובר.² רבים מהמתמטיקאים טוענים שלמשפטי גדל אין השלכות פילוסופיות מאד חשובות, מעבר לפילוסופיה של המתמטיקה. אנוכי הקטן חולק עליהם, אבל לכו תדעו, אולי גם אני לא מבין כלום...).

אומרים שהידיד היחיד שהיה לגדל בחייו היה איינשטיין אותו פגש כשהגיע לארה"ב למכון ללימודים מתקדמים בפרינסטון (שניהם ברחו לשם מהנאצים). גדל לא נהג להביע דעות שלא היתה לו הוכחה עבורן, וכנראה לדעותיו על אלוהים היתה לו הוכחה, ובה נעסוק כאן.

כדי להבין על מי מדובר, אספר לכם ששני ידידיו, אוסקר מורגנשטרן (המתמטיקאי הידוע מתורת המשחקים) ואיינשטיין לקחו אותו לריאיון ברשות ההגירה האמריקאית, שלקראתו היה עליו ללמוד את החוקה ואת ההיסטוריה האמריקאית. גדל כמובן למד את הנושאים הללו על בוריים לקראת הריאיון (מסכן המראיין), וטען בהתרגשות באוזני מורגנשטרן שהוא גילה סתירה בחוקה האמריקאית (אחד מעיסוקיו בלוגיקה היה עקביות של מערכות). הוא טען בתוקף שהיא פותחת פתח לדיקטטורה. למזלו, שני ידידיו שהיו קצת יותר מקורקעים ממנו שכנעו אותו לחסוך מהקונסול את תגליתו המרתקת, וכך קיבל גדל אזרחות אמריקאית.

לכו תסתבכו עם אחד כזה. אני חייב לומר שתסכול דומה חווה עבדכם הנאמן כל אימת שעוצר אותו שוטר (כבר קרה בעבר, בעוונותיי) על מהירות מופרזת, או אי חגירת חגורה, ונוזף בו איך אינו חס על חייו וחיי אחרים. אני כאדם מקורקע יודע שאין מצב שאוכל להסביר לשוטר הנכבד את העובדה הפילוסופית הפשוטה שסיכון חיים זה קו נורמטיבי שרירותי שאפשר למקם אותו איפה שרוצים, ובעיקר שהמחוקק והמשטרה לא מבינים בזה יותר ממני (ראה [כאן](#)). ולא, זו לא רק שאלה של חוסר זמן. © תשאלו כל פילוסוף, והוא מיד יאמר לכם ששוטרים ושופטים (וכנראה גם קונסולים אמריקאים) הן שתי קהילות שתמצאו אצלן חוסר התעניינות מחפיר בפילוסופיה (זאת בניגוד לנהגי מוניות וספרים/ות למשל).

¹ ראה [כאן](#) בפרק 5 על פרודיות פורמליות על ראיות אונטולוגיות.

² ראה למשל [כאן](#) ו**כאן**.

מקורקע או לא, אם הייתי צריך להמר, הייתי מהמר מאה נגד אחד שלפחות ברובד הלוגי אכן יש סתירה בחוקה האמריקאית. עכשיו כשאנחנו יודעים במי מדובר, נוכל לפנות להוכחה של גדל לקיומו של אלוהים.

הראיה האונטולוגית וטיעונים אונטולוגיים בכלל

הראיה האונטולוגית היא אחת הראיות העתיקות לקיומו של אלוהים. הניסוח הראשון שלה מיוחס לאנסלם מקנטרברי במאה ה-12, ואחריו היא זכתה לעוד כמה וכמה ניסוחים, הפרכות ודיונים פילוסופיים ערים. תוכלו לראות דיון ארוך בראיה במחברת הראשונה כאן באתר (ובהתחלה תיאור קצר של תולדותיה, שלא כולל התייחסות לכמה ניסוחים פורמליים שלה, שבאחד מהם נעסוק כאן).

תמציתו של הטיעון של אנסלם היא שאם נגדיר את אלוהים בתור היש השלם ביותר שניתן להעלות על הדעת (בעל כל התכונות החיוביות, אלו שמהוות שלימות), כי אז אפשר להוכיח בדרך השלילה את קיומו. אם נניח שהוא לא קיים, ההנחה הזאת תוביל אותנו לסתירה. אם הוא לא קיים כי אז ניתן להעלות על הדעת יש שלם יותר ממנו (אותו יש עם אותן תכונות, אלא שהוא גם קיים), מה שסותר את הגדרתו כיש השלם ביותר שניתן להעלות על הדעת. בעצם, בניסוח פשוט הטענה היא שיש מושלם בהכרח צריך גם להיות קיים.

אם זה נשמע לכם טיעון טיפשי, אתם בחברה טובה. רבים וטובים חושבים כך, אבל כפי שהראיתי במחברת הם טועים. הטיעון הזה רחוק מלהיות טיפשי, וכפי שאמר ברטרנד ראסל (אחד האתאיסטים הבולטים של המאה העשרים) הרבה יותר קל לצעוק שהוא טיפשי מאשר להניח את האצבע על הטעות בטיעון.

כפי שהסביר קאנט, אחת הבעיות היסודיות בטיעון הזה היא אופיו האונטולוגי. אנסלם טען שמדובר בניתוח מושגי גרידא, כלומר שזהו טיעון ללא הנחות. יוצאים מהגדרה של מושג, וניתוח לוגי של ההגדרה מניב את המסקנה שיש אלוהים. אבל פילוסופים לא מוכנים לקבל טיעון אונטולוגי, כלומר טיעון שאין לו הנחות, ובפרט לא הנחות עובדתיות, שמסקנתו היא טענת עובדה (שאלוהים קיים). לטענתם דבר כזה לא ייתכן.

הבעיה עם הערעור הזה היא שהוא לא מצביע על הנקודה בה הטיעון כושל אלא רק מצהיר שהוא כושל. אם אכן הטיעון הוא תקף לוגית, כי אז ניצבת בפנינו דוגמה חיה לכך שטיעון אונטולוגי דווקא כן אפשרי. הרי לכם טיעון לוגי תקף שיוצא מהגדרות של מושגים בלי שום הנחה עובדתית ומסיק ממנו מסקנה עובדתית. ביקורת כזאת היא הצהרה ולא טיעון, והיא מתעלמת מעובדה שניצבת בפניה. היא פשוט מניחה שלא ייתכן טיעון אונטולוגי, וכשמוצג בפניה טיעון כזה היא פשוט מצהירה שזה לא ייתכן (בבחינת אל תבלבלו אותי עם עובדות). ביקורת פילוסופית-לוגית רצינית חייבת גם להצביע על כשל בלוגיקה של הטיעון. רק אחרי שיימצא כשל, אם בכלל, ניתן לטעון שבאופן עקרוני לא ייתכן טיעון אונטולוגי.

כאמור, קורט גדל הציג גרסה פורמלית לראיה הזאת. מי שמכיר את החומר יבין מיד שזו אינה פורמליזציה של טיעונו של אנסלם, אלא טיעון אונטולוגי אחר לקיומו ההכרחי של אלוהים. בכל אופן הדיון בגרסה פורמלית מסייע לנו לחדד את הדיון בראיה ובשאלת הטיעונים האונטולוגיים בכלל. בסוף הטור הזה נראה שזה מאיר באור מפתיע גם את שאלת הפילוסופיה (שמעסיקה אותנו בטורים האחרונים) בכלל. אך לפני כן הקדמה קצרה על פורמליזציה של טיעונים.

על פורמליזציה של טיעונים פילוסופיים

פורמליזציה של טיעון פילוסופי היא תרגום שלו לשפה לוגית פורמלית. לתרגום כזה יש יתרונות וחסרונות. מחד, הוא ממשיג ומחדד את הטיעון, חושף את כל הנחותיו, ומסייע לנו להתמקד בדברים המהותיים ולסלק את הצדדיים. מאידך, ניסוח פורמלי של טיעון פילוסופי הוא מסוכן, שכן הוא נראה הכרחי ומשכנע בוודאות מתמטית, בעוד שזה לא בהכרח המצב. ראשית, בבסיס הטיעון יש הנחות, וכדי לגבש עמדה על מסקנתו יש לבחון את יחסנו להנחותיו. שנית, אנשים נוטים לשכוח שתהליך הפורמליזציה (התרגום של הטיעון לשפה הלוגית הפורמלית) מבוסס בעצמו על הנחות ועל פרשנויות שונות לטיעון, ושם יכולות להיות בעיות ופירוכות שלא עולות בדיון על תקפות הטיעון הפורמלי עצמו.

במקרים רבים הפורמליזם המתמטי פשוט מחביא חלק מהפילוסופיה, ובמקרים רבים דווקא את החלק הבעייתי שלה.³

ההוכחה של גדל

הניסוח שהציע גדל הוא הבא:⁴

Ax. 1. $\{P(\varphi) \wedge \forall x[\varphi(x) \rightarrow \psi(x)]\} \rightarrow P(\psi)$ Ax. 2. $P(\neg\varphi) \leftrightarrow \neg P(\varphi)$ Th. 1. $P(\varphi) \rightarrow \Diamond \exists x[\varphi(x)]$ Df. 1. $G(x) \Leftrightarrow \forall \varphi[P(\varphi) \rightarrow \varphi(x)]$ Ax. 3. $P(G)$ Th. 2. $\Diamond \exists x G(x)$ Df. 2. $\varphi \text{ ess } x \Leftrightarrow \varphi(x) \wedge \forall \psi\{\psi(x) \rightarrow \Box \forall y[\varphi(y) \rightarrow \psi(y)]\}$ Ax. 4. $P(\varphi) \rightarrow \Box P(\varphi)$ Th. 3. $G(x) \rightarrow G \text{ ess } x$ Df. 3. $E(x) \Leftrightarrow \forall \varphi[\varphi \text{ ess } x \rightarrow \Box \exists y \varphi(y)]$ Ax. 5. $P(E)$ Th. 4. $\Box \exists x G(x)$
--

השתכנעתם? העבירו את זה במייל לאמנון יצחק. שימו לב להבדל באורך בין המחברת הראשונה שלי לבין הריבוע הקטן הזה (אמנם הוא לא כל כך קצר לעומת שני פרקי פרסולוגיון שמובאים במחברת הראשונה). זהו יתרונו של הפורמליזם. אבל כפי שהסברתי וכפי שגם נראה בהמשך, אם אתם חושבים שזה מייתר את הדיון הפילוסופי אינכם אלא טועים.

כעת אציע הסבר מפורט יותר לניסוח הזה, כולל הסבר לסימנים הלוגיים לטובת מי שפחות מכיר את השפה הזאת. אתחיל בהסבר הסימונים, ולאחר מכן אעבור על ההוכחה שלב אחר שלב. בהסבר ההוכחה יובהר טוב יותר גם השימוש בסימונים ומשמעותם. ושוב, כדאי לכם מאד לעקוב, כי בסוף יש הפתעה לכל מי שהיה אתי עד כאן.

הסבר הסימונים

- ההוכחה הזאת כוללת שלושה סוגים של שורות (אקסיומה, תיאורמה והגדרה):
 Ax – זו אקסיומה (Ax. 1. היא אקסיומה מס' 1).
 Th – זו תיאורמה (משפט).
 Df – זו הגדרה (definition).
- המשפט היסודי בו משתמשת ההצגה הזאת הוא בעל צורה של פונקציה: $\varphi(x)$. x הוא אובייקט כלשהו (או מושג. ראה בהמשך), ו- φ היא תכונה (פרדיקט, במינוח המקובל בלוגיקה). הסימון הפונקציונלי הנ"ל פירושו שלאובייקט x יש את התכונה φ (הוא נידון בתכונה φ). כך גם $\varphi(x)$ פירושו x הוא בעל התכונה φ .
- יש עוד יחס בין תכונה לאובייקט שמוגדר כאן (הגדרה 2): ess , הכוונה למהותי. באומרנו $\varphi \text{ ess } x$ כוונתנו לומר שהתכונה φ היא מהותית ל- x (במובן מסוים שמוגדר שם. נראה זאת בהסבר הטיעון).
- אנו נזקקים כאן לארבעה אופרטורים לוגיים (גם, גרירה, שלילה ושקילות):
 $W - W \wedge T$ וגם T .
 $W - W \rightarrow T$ גורר את T (כלומר לא ייתכן ש- W אמתי ו- T שקרי).
 $\neg$ – שלילה של φ .

³ לתופעה דומה ראה בטור 108, בדיון על הטופולוגיה של קמירות וקעירות.
⁴ גרסה דומה של הטיעון ניתן למצוא באנציקלופדיה של סטנפורד SEP, כאן בפרק 6. וכן במאמר הזה.

$W \Leftrightarrow T$ – שקילות בין W ל- T , כלומר אם W אמתית אז T אמתית ולהיפך.⁵

- יש שני כמתים, כלומר סימונים של כמות (כמת כולל וכמת יישי):
 כמת כולל $\forall$ – שפירושו "עבור כל". $\forall x[\varphi(x)]$ פירושו עבור כל x מתקיים $\varphi(x)$. במילים אחרות: כל ה- x ים הם בעלי התכונה φ . הסוגריים המרובעות לא הכרחיות.
 כמת יישי $\exists$ – שפירושו "ישנו". $\exists x[\varphi(x)]$ פירושו שישנו x בעל התכונה φ .
 יש יחס לוגי בין שני הכמתים הללו (עוסק בו ריבוע הניגודים של בואטיוס, שמופיע גם במילות ההיגיון לרמב"ם): אם כל x הוא בעל התכונה φ , אז אין x שאינו בעל התכונה הזאת. ואם יש x שהוא בעל התכונה הזאת אז לא נכון שכל x אינו בעל התכונה הזאת.
 באופן פורמלי ניתן לסמן יחס כזה כך: $\exists x[\neg\varphi(x)] \Leftrightarrow \neg\forall x[\varphi(x)]$
 פירוש: הטענה "לא נכון שכל x הוא בעל התכונה φ " שקולה לטענה "יש x שהוא בעל התכונה לא φ " (כלומר שאינו בעל התכונה φ).
 יש שני אופרטורים מודאליים (הכרחי ואפשרי):
 $\Box T$ – פירושו הכרחי ש- T .
 $\Diamond T$ – פירושו אפשרי (קונטינגנטי) ש- T .
 גם בין שני אלו יש יחסים לוגיים: $\Box\varphi(x) \Leftrightarrow \neg\Diamond\neg\varphi(x)$
 פירוש: "לא אפשרי ש- φ " שקול ל"הכרחי ש'לא φ ".
 צריך להבין שהטענה "עכשיו יש אור בחוץ" היא אמנם אמתית, אך לא אמתית בהכרח. לכן מבחינת הלוגיקה המודאלית היא רק אפשרית (יש עולמות שניתן לדמיין אותם שבהם הטענה הזאת לא תהיה נכונה), אבל לא הכרחית. לעומת זאת, הטענה "לא ייתכן שגם X אמתית וגם 'לא X ' אמתית" (חוק הסתירה) או הטענה "כל רווק אינו נשוי" הן אמתיות בהכרח (כלומר מתקיימות בכל עולם שניתן להעלותו על הדעת).
 השימוש בסוגריים מיועד לקבוע את סדר הפעולות הלוגיות, והוא מוכר לכולנו.
 יש בטיעון הזה שלושה פרדיקטים לוגיים (אלוהיות, קיום בהכרח וחיוניות):
 G – בעל תכונות אלוהיות. כך $G(x)$ פירושו x הוא אובייקט בעל תכונות אלוהיות (כלומר הוא אלוהים).
 E – קיים בהכרח (לא ייתכן שאינו קיים). כך $E(x)$ פירושו x קיים בהכרח.
 P – חיובי (במובן של טוב, מושלם. positive). P הוא פרדיקט מסדר שני, כלומר הוא תכונה של פרדיקטים (ולא של אובייקטים, x). כך $P(\varphi)$ פירושו שהתכונה φ היא חיובית (כלומר היא סוג של שלימות).

הסבר הטיעון

קעת נעבור שלב אחר שלב על הטיעון ונסביר אותו.

האקסיומה הראשונה:

$$\{P(\varphi) \wedge \forall x[\varphi(x) \rightarrow \psi(x)]\} \rightarrow P(\psi)$$

יש כאן מבנה של גרירה לוגית שהרישא שלו היא "גם" בין שתי טענות (שאחת מהן היא בעצמה טענת גרירה). משמעות האקסיומה היא שאם מתקיים שגם התכונה φ היא שלימות, וגם בהכרח כשהתכונה הזאת מאפיינת את האובייקט x מאפיינת אותו גם התכונה ψ , כי אז התכונה ψ גם היא שלימות. שימו לב שזו תכונה של מאפיין השלימות של תכונות (זו פרשנות לפרדיקט P). ההנחה היא שאם יש גרירה הכרחית (ולא סתם גרירה) בין שתי תכונות עבור כל עצם שנבחר, אז אם הראשונה היא תכונה של שלימות גם השנייה כך. אדם טוב לב יכול להיות בעל שתי אוזניים (אין אדם טוב לב שאין לו שתי אוזניים), זה לא אומר שלהיות בעל שתי אוזניים זו שלימות (אלוהים לא חייב להיות בעל אוזניים). מדוע? מפני שאין כאן הכרח. גם אם אמנם זה מתקיים במציאות, ואפילו אם זה מתקיים עבור כל בני האדם טובי הלב, זה לא חייב להתקיים. בניסוח אחר נאמר שאם הגרירה בין התכונות היא הכרחית פירוש הדבר שהתכונה השנייה נובעת מהטוב של הראשונה, כלומר שגם השנייה טובה.

האקסיומה השנייה:

⁵ בשפה שמשמשת אותנו כאן השקילות משמשת גם להגדרות. בהגדרות 1-3 מופיעה שקילות כשהכוונה היא שהצד הימני שלה הוא הגדרתו של השמאלי.

$$P(\neg\varphi) \leftrightarrow \neg P(\varphi)$$

זהו אקסקלוזיביות בין שתי תכונות הפוכות. אם φ היא תכונה של שלימות (תכונה חיובית) אז $\neg\varphi$ אינה תכונה כזאת, ולהיפך. אם לעזור לזולת היא תכונה טובה אז הימנעות מכך אינה תכונה טובה. זה אולי נשמע לכם טריוויאלי, אבל אצל מתמטיקאים שום דבר לא טריוויאלי. כל דבר שמניחים אותו צריך להופיע כהנחה. אחרת הגזירה של המסקנה לא תוכל להתבצע. זהו יתרון של הניסוח הפורמלי, שבו חייבות להיכנס במפורש כל ההנחות המובלעות שבניסוח מילולי רגיל אולי לא היינו שמים אליהן לב.

תיאורמה ראשונה:

$$P(\varphi) \rightarrow \exists x[\varphi(x)]$$

זהו משפט מעניין שאומר שאם φ היא תכונה חיובית אז אפשרי שיתקיים אובייקט x שניחן בה. תכונות תיאורטיות שלא יכולות להתקיים אצל שום אובייקט לא מוגדרות כתכונות חיוביות.

יש הבדל בין אקסיומה לתיאורמה. את הראשונה מניחים, וכל אחד צריך להחליט האם זה נראה לו סביר או לא. לעומת זאת, את השנייה צריך להוכיח על בסיס האקסיומות. מהי ההוכחה לתיאורמה הזאת? היא הולכת כנראה בדרך השלילה. נניח שניתן תכונה טובה φ שלא ייתכן (לא רק שבפועל אין) אף אובייקט שמקיים אותה. במצב כזה ניתן לרשום עבור כל תכונה ψ את הגזירה: $\neg\forall x[\varphi(x) \rightarrow \psi(x)]$, והיא תהיה נכונה בהכרח עבור כל x (שהרי לעולם לא יהיה מצב שעבור x כלשהו הרישא אמתית והסיפא שקרית, כי הרישא לעולם שקרית). בפרט ניתן כמובן להציב במקום התכונה φ את התכונה φ . אבל לפי אקסיומה 1 זה אומר שהתכונה φ גם היא טובה. והופ, זה סותר את אקסיומה 2. מתוך הנחת שלילתה של התיאורמה הזאת הגענו לסתירה, וזה מוכיח בדרך השלילה שהתיאורמה אכן נכונה.

הגדרה ראשונה:

$$G(x) \Leftrightarrow \forall \varphi [P(\varphi) \rightarrow \varphi(x)]$$

כאן אנחנו מציגים את נושא הדיון, אלוהים. ההגדרה לא עוסקת בו עצמו אלא בתכונה "להיות בעל תכונות של אלוהים", או תכונת ה"אלוהיות" (godlike). צריך להבין שזו לא הגדרה של אובייקט אלא של תכונה (שהיא בעצם מכלול תכונות) שלו. הגדרה של עצם היא הצגת התכונות שלו, לכן הנושא של ההגדרה אינו עצם אלא תכונות. כך כשמגדירים אדם נאמר שהוא בעל חיים מדבר, כלומר ניתן את התכונות שמייחדות אותו.

אנחנו מגדירים כאן עצם אלוהי כאובייקט שניחן בכל תכונה טובה (חיובית) שהיא. אם היא חיובית אז הוא ניחן בה.

אקסיומה שלישית:

$$P(G)$$

אלוהים הוא שלם, כלומר שאלוהיות היא תכונה חיובית (תכונה של שלימות). שוב יש כאן משהו שבניסוח הפילוסופי נראה טריוויאלי, אבל הניסוח הפורמלי מאלץ אותנו לשים אותו על השולחן כאקסיומה.

תיאורמה שנייה:

$$\exists x G(x)$$

אפשרי שיהיה x שניחן בתכונה של אלוהיות (כלומר קיומו של האובייקט אלוהים הוא אפשרי). זה כבר מתחיל להריח כנגיסה בתזה האתאיסטית (יש מהם שאומרים שזה לא אפשרי בכלל). לכן באמת זו לא אקסיומה אלא תיאורמה, כלומר טענה מוכחת (על בסיס האקסיומות). קל לראות שההוכחה שלה מתבססת על יישום של תיאורמה 1 ואקסיומה 3.

הגדרה שנייה:

$$\varphi \text{ ess } x \Leftrightarrow \varphi(x) \wedge \forall \psi \{ \varphi(x) \rightarrow \neg \forall y [\varphi(y) \rightarrow \psi(y)] \}$$

כאן מגדירים מהותיות של תכונה φ עבור האובייקט x . זו מוגדרת כך: אובייקט x מקיים את התכונה (קודם כל היא צריכה להיות תכונה שלו), וגם נכון שלכל תכונה אחרת ψ שבה ניחן האובייקט x יש יחס בינה לבין התכונה φ : שלגבי כל עצם שהוא, קיומה של φ גורר בהכרח את ψ . בשפה פשוטה זה אומר שהתכונות האחרות של x נגזרות כולן מהתכונה φ שלו. זו ההגדרה כאן למהותיות (אולי נכון יותר: יסודיות, בסיסיות).

אקסיומה רביעית:

$$P(\varphi) \rightarrow \Box P(\varphi)$$

אם φ היא תכונה חיובית אז היא בהכרח כזאת (אין עולם שנוכל לדמיין שבו היא לא תהיה חיובית).
תיאורמה שלישית:

$$G(x) \rightarrow G \text{ ess } x$$

תכונת האלוהיות של אובייקט כלשהו (=אלוהים) היא מהותית לו. שוב, מדובר בתיאורמה ולא באקסיומה או הגדרה, ולכן עלינו להוכיחה. זה נראה די מובן מאליו כי מעצם הגדרתה (ראה הגדרה 1) האלוהיות כוללת את כל התכונות החיוביות ורק אותן (כלומר אין לאלוהים תכונות שאינן חיוביות. מאקסיומה 2). אם כן, כל תכונה של אלוהים היא חיובית, ולכן היא בהכרח חיובית (מאקסיומה 4). אם כך, אלוהים בהכרח נכון בה.
הגדרה שלישית:

$$E(x) \Leftrightarrow \forall \varphi [\varphi \text{ ess } x \rightarrow \Box \exists y \varphi(y)]$$

כאן אנחנו מגדירים את הפרדיקט להיות קיים בהכרח, כלומר את הכרחיות הקיום של אובייקט x . ההגדרה היא ש- x קיים בהכרח אם עבור כל תכונה φ שהיא מהותית לו, בהכרח קיים אובייקט שניחן בה.

יש לשים לב שהטענה כי התכונה φ מהותית ל- x לא אומרת שקיים אובייקט כזה. הנושא של הטענה הזאת (x) הוא המושג ולא האובייקט. φ זו תכונה של מושג שמהותית לו, וההגדרה דורשת שבמצב כזה המושג מתממש בהכרח במציאות (כלומר יש בעולמנו אובייקט שזה מושגו).⁶ כך למשל הסוס הוא באופן מהותי בעל ארבע רגליים, אבל זה לא אומר שבמציאות קיים סוס. הסוס כאן הוא מושג ולא אובייקט. ההגדרה היא שהסוס הריאלי הוא הכרח המציאות אם עבור כל תכונה מהותית שלו בהכרח קיים אובייקט שמממש אותה.

כדאי לשים לב לכך שהתכונה להיות בעל ארבע רגליים אינה מהותית לסוס. היא כלולה בהכרח באידיאה האפלטונית שלו (הסוסיות), אבל לא נכון שכל שאר תכונותיו נגזרות בהכרח ממנה (שזוהי המהותיות לפי הגדרה 2). במובן של הגדרה 2, הסוסיות (מכלול התכונות שיוצר את המושג סוסיות) היא התכונה המהותית של הסוס.

אקסיומה חמישית:

$$P(E)$$

להיות הכרח המציאות זה חיובי (זו תכונה שמבטאת שלימות). זו הנחה שבהחלט מקובלת בהגות הפילוסופית-תיאולוגית. בדיוק בגללה בתיאולוגיות המרכזיות אלוהים מוגדר כהכרח המציאות (זה נגזר משלימותו).

תיאורמה רביעית (מסקנה):

$$\Box \exists x G(x)$$

בהכרח קיים אובייקט x שניחן בתכונה של אלוהיות. במילים אחרות: יש אלוהים!!! Q.E.D. (=מש"ל)

שלוש הערות

כדאי לשים לב שגדל לא מוכיח כאן רק שאלוהים קיים אלא שהוא קיים בהכרח. כפי שהראיתי במחברת הראשונה, אלו בעצם שני הטיעונים שמציג אנסלם בפרקים ב וג' של הפרוסלוגיון.
עוד יש לשים לב שהוא לא מוכיח כאן שהוא יחיד, אלא שקיים לפחות אלוהים אחד (לפחות עצם אחד בעל תכונת האלוהיות).

האתאיסט כמובן לא חייב להשתכנע. הוא יכול לוותר על אחת מחמש ההנחות של הטיעון (האקסיומות) וממילא לא יהיה מחויב גם למסקנתו. לכן כתבתי למעלה שההצרנה לא מייתרת את הדיון הפילוסופי אלא רק ממקדת אותו. כעת קל יותר למקד את הוויכוח הפילוסופי באקסיומות, וזה יכריע האם עלינו לאמץ את המסקנה שיש אלוהים או לא. אבל אל תלכו לשום מקום, ההפתעה האמתית עוד לפנינו.

בחזרה למהלך שלנו: הראיה האונטולוגית לקיומה של פילוסופיה

עכשיו הגענו ל-punch. ההערה העיקרית שלי נוגעת לאופיו האונטולוגי של הטיעון הזה. אנסלם התיימר להציג את הטיעון שלו כתוצר של ניתוח מושגי גרידא (כלומר טיעון שכלל לא מבוסס על הנחות אלא אך

⁶ במחברת הראשונה הארכתי לגבי ההבחנה הזאת שמונחת ביסוד הרעיון של טיעונים אונטולוגיים.

ורק על הגדרות של מושגים וניתוחן). אבל בניסוח הפורמלי של גדל רואים שהטיעון (שאמנם אינו זהה לזה של אנסלם) כן מבוסס על הנחות (כך גם הראיתי במחברת לגבי טיעונו של אנסלם עצמו). אבל חשוב לשים לב שבשום מקום בדרך לא הנחנו הנחות עובדתיות (עיברו על חמש האקסיומות ותרואו זאת). אלו כולן הנחות פילוסופיות-מושגיות על אידיאות והיחסים ביניהן. אם כן, הטיעון של גדל הוא אכן אונטולוגי במובן רך יותר: הוא מנביע מסקנה עובדתית מהנחות לא עובדתיות שאין תוצר של תצפית.

חשוב להבין שהתיאור הזה לא מותנה כלל בשאלה האם אתם מסכימים למסקנתו של גדל. גם אתאיסט גמור שמשוכנע שאין אלוהים, צריך להסכים שמהאוסף של חמש האקסיומות הללו ניתן להוכיח את קיומו.⁷ אלא שלדעתו כנראה לפחות אחת מהן לא נכונה, ולכן גם המסקנה לא מחייבת מבחינתו. אבל גם הוא חייב להודות שאם מקבלים את ההנחות הללו נגזרת מהן המסקנה, וכמובן עליו להודות שזוהי טענת עובדה על העולם. במילים אחרות, גם הוא מסכים שקיים טיעון אונטולוגי תקף שמנביע בהכרח מסקנה עובדתית מהנחות לא תצפיתיות. אלא שהוא מתווכח על ההנחות ולכן גם על המסקנה, אבל לא בזה עסקינן כאן.

אבל כעת עולה השאלה: מאיפה באות ההנחות הללו? אם הן לא תוצר של תצפית (מדע), רון אהרוני יאמר שהן בהכרח הזיות, כלומר הגדרות שרירותיות של מושגים שבדינו מליבנו. אבל אז זה באמת מוזר ובלתי מתקבל על הדעת. לא סביר שניתן לגזור מהנחות כאלה מסקנות שהן טענות עובדה על העולם (יש אלוהים).⁸ יתר על כן, כך או כך אהרוני יצטרך להודות שעקרונית ניתן להגיע למסקנות על העולם בכלים לא תצפיתיים, ולכן בין כך ובין כך נפלה התזה שלו (שכפי שראינו מבוססת על אמפיריציזם).

כפי שראינו בטורים הקודמים, אם אכן ישנה פילוסופיה כי אז בהכרח קיימת קטגוריה שלישית, מעבר להגדרות סובייקטיביות (הזיות) ולתצפיות מדעיות. ראינו שבהכרח מדובר בתצפית אינטואיטיבית על אידיאות, כלומר על חלקים בעולם שלא נגישים לתצפית מדעית-חושית. והנה, כאן יש לנו הדגמה נפלאה לכך. גדל הציג בפנינו טיעון לוגי שמבוסס על הנחות לא מדעיות (תצפיות אינטואיטיביות) ובכל זאת הוא מניב מסקנה שהיא טענת עובדה על העולם. על כורחנו שביסודן של ההנחות הללו מונחות תצפיות על העולם מסוג כלשהו. אמנם ראינו שבהנחות הללו אין שום תצפית מדעית, אבל בהכרח יש כאן תצפית מסוג אחר. מה שמוביל אותנו להנחות הוא כנראה ראייה אידייתית, כלומר הבטה אינטואיטיבית.

במובן הזה ניתן לראות את הטיעון של גדל כהוכחה לגיטימית לגבי הפילוסופיה. אני הצעתי הגדרה לפילוסופיה, וטענתי שהיא עוסקת בתצפיות אינטואיטיביות על העולם. אהרוני הכחיש את קיומה של קטגוריה כזאת וממילא את קיומו של תחום הפילוסופיה בכלל. אבל שימו לב שכאן לא רק הדגמתי את ההגדרה שלי לפילוסופיה, אלא גם הוכחתי טענה: יש תחום כזה. יש סוג כזה של תצפיות ואפשר עקרונית להגיע אתו למסקנות (שאינן נגישות למדע).

נדמה לי שמה שעשיתי כאן הוא עצמו ראייה אונטולוגית לקיומה של הפילוסופיה.⁹ בעצם הוכחתי כאן שיש עוד סוג של תצפית מעבר לתצפיות החושיות-מדעיות (שאם לא כן ההנחות הן בהכרח הגדרות בעלמא, ואז לא היינו יכולים לגזור מהן מסקנה עובדתית). ממילא, ההגדרה שהצעתי לפילוסופיה לא רק אפשרית (המושג פילוסופיה הוא קוהרנטי) אלא הוכחנו שהיא גם מתממשת בפועל. לא רק שניתן להגדיר תחום בקטגוריה שלישית (פרט להזיות ותצפית מדעית), אלא ניתן להראות שהוא קיים בפועל, ממומש. אם כן, בשפה של גדל הוכחנו.

$$\exists xPH(x)$$

ישנו טיעון x שהוא בעל אופי פילוסופי.

לחלופין, הוכחנו:

$$\exists x \ln(x) : \alpha$$

⁷ אלא אם הוא יוכל להצביע על פגם בלוגיקה של הטיעון. אבל לזה אין סיכויי חברים. אל תשכחו שזה טיעון לוגי של גדל – סליחה על האד-הומינם.

⁸ ראה במחברת 0 מדוע מבחינה קטגוריאלית הטענה "יש אלוהים" היא טענת עובדה, הגם שהיא לא ניתנת לוודאות מדעי (כלומר לאישוש או הפרכה בתצפית מדעית).

⁹ ראה כאן בדיון על "הקריסה המודאלית" (modal collapse) בטיעון של גדל. יש לזכור שגם אם נתקן אינטרפרטציה כלשהי לאחד הפרדיקטים ובכך הטיעון יהפוך בטל, זה לא משנה מאומה לעניין טענתי כאן. לצרכי די בכך שקיימות לפחות פרשנות מסוימת לפרדיקטים שלפיה ניתן לגזור עובדה מהנחות לא עובדתיות.

ישנה טענה x שהיא לא הזיה ולא מדע, וזה מה שכינינו תוצר של תצפית אינטואיטיבית (ולכן יכולה להנביע טענת עובדה על העולם).
כאמור, זו עצמה ראייה אונטולוגית לקיומה של הפילוסופיה.¹⁰ Q.E.D.

¹⁰ אני מותיר לקורא את השאלה האם הראיה האונטולוגית הזאת היא מושגית בלבד (כלומר נובעת מניתוח מושגי גרידא בלי להיזקק להנחות), או שהיא מבוססת על כמה הנחות (אמנם לא עובדות חושיות-מדעיות).